

Gianna Boero

Università di Cagliari, University of Warwick e CRENoS
e-mail: *boero@unica.it*

Emanuela Marrocu

Università di Cagliari e CRENoS
e-mail: *emarrocu@unica.it*

MODELLI NON LINEARI PER I TASSI DI CAMBIO: UN CONFRONTO PREVISIVO

Abstract

In recent years there has been a considerable development in time series analysis, represented mainly by alternative linear models able to describe more adequately the short and long term dynamics and by the renewed interest in modelling nonlinearities and asymmetries in economic and financial variables. Given the relevance of such variables in devising economic and monetary policy, it is of theoretical, as well as practical, importance to propose statistical methods appropriate to represent their dynamic behaviour.

The aim of this work is to compare the forecasting performance of different models for the returns of some of the most traded exchange rates, namely the French Franc (FF/\$), the German Mark (DM/\$) and the Japanese Yen (Y/\$). We compare the relative performance of some nonlinear models and contrast them with their simpler linear counterparts. Although we find evidence of noticeable forecasting gains from nonlinear models, the results are sensitive to the metric adopted to measure the forecasting accuracy.

Key words: non-linearity, asymmetry, forecasting accuracy, exchange rates.

Ottobre 1999

1. Introduzione

L'econometria delle serie storiche ha avuto un forte sviluppo negli ultimi anni con l'elaborazione sia di modelli lineari più adeguati a rappresentare la dinamica di breve e lungo periodo delle serie storiche, che di modelli più complessi che tengano conto di non linearità e asimmetrie presenti in molte variabili economiche e finanziarie. Nella prima categoria rientrano i modelli a correzione dell'errore e i VAR cointegrati; nella seconda i modelli (G)ARCH, i modelli autoregressivi a soglia (SETAR e STAR), i modelli bilineari, e le reti neurali (si veda Granger e Teräsvirta, *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press, 1993, e White, *Neural Networks*, White, Blackwell, 1992).

Nonostante il recente sviluppo di tecniche nuove, poche applicazioni sono state condotte sinora sulla *performance* previsiva comparata dei diversi modelli, al di là degli usuali confronti diretti col semplice processo *random walk*. Data l'importanza che le variabili economiche e finanziarie rivestono nell'indirizzare decisioni di politica economica e monetaria, l'individuazione di metodi statistici adeguati per spiegarne la loro evoluzione è d'importanza non solo teorica ma anche pratica.

Questo lavoro si propone di confrontare la performance previsiva di modelli alternativi per i rendimenti dei tassi di cambio di tre importanti valute: il franco francese (FF/\$), il marco tedesco (DM/\$) e lo yen (Y/\$). Le serie hanno frequenza mensile e coprono il periodo gennaio 1973-luglio 1997. Come dimostrato in numerosi lavori, la struttura nonlineare di una serie viene individuata più facilmente con dati ad alta frequenza (giornalieri o settimanali) mentre risulta meno evidente con dati a più bassa frequenza (mensili). L'applicazione di diversi test per la linearità ha, tuttavia, evidenziato la presenza di componenti nonlineari rilevanti nelle serie da noi considerate. Questo risultato ha motivato il presente studio, il cui scopo principale è l'analisi comparata della *performance* previsiva di modelli nonlineari alternativi, e un loro confronto diretto con le previsioni ottenute da modelli lineari.

Il lavoro è articolato secondo il seguente schema. Nella sezione 2 presentiamo una rassegna di lavori volti all'analisi e alla previsione dei tassi di cambio. Nella sezione 3 introduciamo la metodologia utilizzata per modellare le variabili di interesse e descriviamo i test per verificare la presenza di nonlinearità. Nella sezione 4 presentiamo i dati e le loro caratteristiche statistiche. Nella sezione 5 illustriamo i risultati dell'analisi empirica. Infine nella sezione 6 presentiamo una sintesi dei principali risultati e svolgiamo alcune considerazioni conclusive.

2. Rassegna della letteratura

Esiste una vasta letteratura empirica a sostegno dell'ipotesi che, sebbene le variazioni dei tassi di cambio siano solo debolmente autocorrelate, esse siano fortemente dipendenti. Nella maggior parte dei lavori empirici, riferiti al periodo di cambi flessibili *post* Bretton-Woods, si ritiene che tale dipendenza possa essere catturata adeguatamente dal modello a varianza condizionale eteroschedastica autoregressiva (ARCH), proposto da Engle (1982), o dalla sua estensione rappresentata dai modelli GARCH, suggerita da Bollerslev (1986). Questa classe di modelli è particolarmente adeguata per descrivere l'andamento tipico delle serie finanziarie, ovvero che grandi (piccole) variazioni di prezzo sono seguite da grandi (piccole) variazioni, di segno uguale o opposto; tuttavia, questo tipo di dipendenza può essere sfruttata per migliorare gli intervalli di previsione ma non le previsioni puntuali. Un miglioramento nelle previsioni puntuali lo si può osservare nei GARCH in Media (GARCH-M) dove la stima della varianza condizionale è inclusa come regressore nell'equazione per la media della serie.

Nonostante, più recentemente, molti autori abbiano messo in evidenza la rilevanza empirica anche della nonlinearità in media nelle variazioni dei tassi di cambio, questa, solo raramente, ha permesso di fornire previsioni più accurate rispetto a quelle ottenute dai modelli lineari o dai semplici modelli *random walk*. Si ricordano, tra gli altri, i lavori di Meese e Roose (1991), Kräger e

Kugler (1993), Peel e Speight (1994) e Chappell *et al.* (1996) e Brooks (1997).

Kräger e Kugler (1993) stimano modelli autoregressivi a soglia per le variazioni del tasso di cambio rispetto al dollaro statunitense del franco francese, lira italiana, yen giapponese, marco tedesco e franco svizzero (osservazioni settimanali dal giugno 1980 al gennaio 1990). Gli autori identificano tre diversi regimi, sia il primo che il terzo regime presentano una deviazione standard stimata superiore a quella del regime intermedio, ciò sarebbe dovuto agli interventi della banca centrale in risposta a forti apprezzamenti (primo regime) o deprezzamenti (terzo regime). L'analisi di Kräger e Kugler trova, infatti, fondamento teorico nel modello monetario di aspettative razionali con regole di interventi stocastici da parte della banca centrale proposto da Hsieh (1989); un modello autoregressivo a tre regime approssimerebbe, pertanto, la soluzione di tale modello. Secondo gli autori il modello di Hsieh fornisce una rappresentazione più adeguata del regime di fluttuazione controllata dei cambi rispetto al modello di *target zone*: l'intervento delle banche centrali dipende nel primo modello da grandi *variazioni* del tasso di cambio, mentre nel secondo dall'approssimarsi del *livello* del tasso di cambio a determinate soglie che definiscono le bande di oscillazione consentite. Al fine di valutare l'importanza relativa delle nonlinearità in media e di quella in varianza, per le stesse valute vengono, inoltre, proposti dei modelli GARCH; le conclusioni a cui pervengono gli autori indicano che né i modelli autoregressivi a soglia né i modelli GARCH sono in grado di descrivere adeguatamente le nonlinearità presenti nelle serie dei tassi di cambio.

Peel e Speight (1994) analizzano le variazioni del tasso di cambio della sterlina inglese rispetto al dollaro statunitense, al franco francese e al reichsmark nel periodo intercorrente tra le due guerre mondiali (osservazioni settimanali). Data la robusta evidenza empirica fornita dai test a favore di una generica forma di nonlinearità presente nei dati, gli autori stimano diversi tipi di modelli nonlineari: GARCH, modelli bilineari e modelli

autoregressivi a soglia¹. Per quanto riguarda la *performance* previsiva, i modelli lineari-ARCH e quelli bilineari presentano un *Mean Square Forecast Error* (MSFE) inferiore rispetto a quello dei modelli lineari per le tre serie; mentre, nel caso del cambio sterlina-dollaro le previsioni più accurate si ottengono dai modelli a soglia.

L'analisi di Chappell *et al.* (1996), si differenzia da quella condotta da Kräger e Kugler (1993) e Peel e Speight (1994), in quanto viene valutata la *performance* previsiva dei modelli per il *livello*, piuttosto che per la *variazione*, di diversi tassi di cambio (incrociati) dell'area dell'ERM. È opportuno sottolineare che se l'accuratezza delle previsioni² viene valutata secondo criteri quali il MSFE, le trasformazioni apportate ai dati, come dimostrano Clements e Hendry (1993, 1995), *non* sono neutrali: la valutazione relativa ai dati espressi in differenze è penalizzante rispetto a quella effettuata sui livelli. Naturalmente valutare l'accuratezza delle previsioni per le differenze o i livelli è un problema distinto da quello relativo alla stima di un modello nelle differenze o nei livelli. Secondo Chappell *et al.* (1996) il funzionamento stesso dell'ERM, prevedendo delle bande di oscillazione per i tassi di cambio, avrebbe reso rilevante l'esistenza di soglie verso l'alto e il basso. I tassi di cambio seguirebbero, pertanto, un processo *random walk* all'interno della banda ma dei processi autoregressivi stazionari in prossimità dei limiti della banda che lo riporterebbero verso la media. In questo caso il processo è globalmente, ma non localmente, stazionario³.

Brooks (1996, 1997), nell'esaminare le variazioni del tasso di cambio giornaliero sterlina inglese/dollaro statunitense per il periodo gennaio 1974-luglio 1994, pone in evidenza come i modelli nonlineari del tipo GARCH, i modelli autoregressivi a

¹I modelli autoregressivi a soglia stimati da Peel e Speight (1991) presentano tre regimi con soglie simmetriche per il tasso di cambio con il dollaro e due regimi per il tasso di cambio con il franco francese e il reichsmark.

²Oltre un passo avanti.

³Pippinger e Goering (1993) dimostrano che il test di Dickey-Fuller nel caso di serie storiche che seguono andamenti simili a quello descritto presenta un potere molto basso facendo sì che la serie venga considerata nonstazionaria.

soglia e i modelli bilineari offrano previsioni di accuratezza solo marginalmente superiore a quella delle previsioni ottenute da un modello *random walk*. In base al test di Pesaran-Timmerman (1992) nessuno dei modelli stimati permette di prevedere l'andamento del mercato dei cambi (*no market timing ability*).

In letteratura sono state avanzate quattro ragioni fondamentali del perché i modelli non-lineari non forniscano previsioni più accurate rispetto ai semplici modelli lineari anche quando la linearità è significativamente rifiutata per il periodo di stima (Diebold e Nason, 1990): (i) le nonlinearità riguardano i momenti superiori alla media e, pertanto, non si rivelano utili per migliorare le previsioni puntuali; (ii) le nonlinearità presenti durante il periodo di stima sono dovute a cambiamenti strutturali o a *outliers* che non possono essere sfruttati per migliorare le previsioni *out-of-sample*; (iii) le nonlinearità in media nonostante siano una caratteristica del processo generatore dei dati non sono abbastanza rilevanti da offrire dei guadagni in termini di maggior accuratezza delle previsioni; (iv) le nonlinearità presenti sono descritte dal tipo sbagliato di modello nonlineare.

La *performance* previsiva dei modelli nonlineari viene, invece, spiegata da Clements e Smith (1998) e Dacco e Satchell (1999) ponendo l'enfasi sull'inadeguatezza del metodo di misurazione adottato; sulla base di uno studio Monte Carlo, i primi sostengono che la valutazione della funzione di densità delle previsioni permette di cogliere maggiormente i guadagni che si possono ottenere dai modelli nonlineari, guadagni che vengono sistematicamente mascherati se il confronto con i modelli lineari viene condotto soltanto in termini di MSFE.

Dacco e Satchell (1999) sottolineano il fatto che la predominanza del modello *random walk* per la previsione dei tassi di cambio è fondata quasi esclusivamente sul MSFE, e suggeriscono, pertanto, di adottare metodi di valutazione appropriati per il problema oggetto di analisi; metodi basati sulla profittabilità dovrebbero rivelarsi più adeguati per i problemi di natura finanziaria. Test basati sulla percentuale di segni correttamente previsti, quali il test di Pesaran e Timmermann (1992), risultano

quindi più rilevanti nelle decisioni riguardanti l'acquisto o la vendita di valuta estera.

3. Metodologia

In questa sezione presentiamo i modelli impiegati per la stima e la previsione dei rendimenti dei tassi di cambio e i test utilizzati per verificare la presenza di componenti nonlineari nelle serie.

3.1 I modelli

3.1.1 Modelli autoregressivi a soglia

I modelli autoregressivi a soglia (*threshold autoregressive models*, TAR) furono proposti per la prima volta da Tong nel 1978 e sviluppati e divulgati in una serie di lavori successivi dello stesso Tong e di altri autori (Tong-Lim, 1980; Tong, 1983; Chan e Tong, 1986; Granger e Teräsvirta, 1993). L'idea fondamentale di questa classe di modelli nonlineari è che l'andamento di un processo possa essere rappresentato da un insieme finito di autoregressioni lineari. Il modello AR che genera il valore della serie in ogni periodo è determinato dalla relazione che intercorre tra una variabile condizionante, detta *variabile di soglia*, e i valori della soglia stessa. Se la variabile condizionante è la variabile dipendente ritardata d periodi il modello viene denominato *self-exciting threshold autoregressive model* (SETAR).

Si noti che la variabile di soglia y_{t-d} è continua in \mathfrak{R} , pertanto suddividendo l'insieme dei numeri reali definisce il numero di regimi che descrivono il processo considerato:

$$-\infty < r_0 < r_1 < \dots < r_n < r_{n+1} < \infty$$

I valori r_j rappresentano le *soglie*. È importante osservare che il modello SETAR è lineare nello spazio della variabile di soglia, ma non rispetto al tempo. Se il processo si trova nel j^{esimo} regime, l'autoregressione di ordine p viene formalmente definita come segue:

$$y_t = \mathbf{f}_0^{(j)} + \mathbf{f}_1^{(j)} y_{t-1} + \dots + \mathbf{f}_p^{(j)} y_{t-p} + \mathbf{e}_t^{(j)}$$

$$\mathbf{e}_t^{(j)} \sim IID(0, \mathbf{s}_{(j)}^2) \quad \text{per } r_{j-1} \leq y_{t-d} < r_j$$

Poiché i diversi regimi possono avere differenti strutture autoregressive, p deve essere considerato come l'ordine massimo dei ritardi considerati e non come l'ordine comune a tutti i regimi. Si noti, inoltre, che il modello SETAR è caratterizzato dal fatto che, affinché y_t sia un processo stazionario, non è necessario che esso lo sia in ciascun regime, è l'alternanza di regimi esplosivi e regimi non esplosivi che rende il processo *globalmente* stazionario. Quando un processo stocastico può essere adeguatamente descritto da un modello SETAR significa che la transizione da un regime all'altro avviene istantaneamente, quando, invece essa avviene gradualmente nel tempo, il modello viene definito *smooth transition autoregressive model* (STAR) ed è generalmente formulato come segue (Granger e Teräsvirta, 1993):

$$y_t = \mathbf{p}_0 + \mathbf{p}_1 x_t + (\mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_1^1 x_t) F(y_{t-d}) + u_t \quad (1)$$

dove il processo u_t è assunto n.i.d $(0, \sigma^2)$, $x_t = (y_{t-1}, \dots, y_{t-p})'$, $\mathbf{p}_l = (\mathbf{p}_{l1}, \dots, \mathbf{p}_{lp})$ e $\mathbf{q}_l = (\mathbf{q}_{l1}, \dots, \mathbf{q}_{lp})'$. Una delle più frequenti specificazioni⁴ adottate per la funzione di transizione è la cumulata della logistica:

$$F(y_{t-d}) = \{1 + \exp[-\boldsymbol{g}(y_{t-d} - r)]\}^{-1}$$

Nel modello, definito *logistic STAR model* (LSTAR), i parametri variano monotonicamente al variare di y_{t-d} , definendo un *continuum* di regimi; quando il parametro γ , che misura la velocità di transizione, tende ad infinito la $F(y_{t-d})$ diventa una funzione

⁴Un'altra specificazione comunemente adottata è quella esponenziale, $F(y_{t-d}) = 1 - \exp[-\boldsymbol{g}(y_{t-d} - r)^2]$.

Heaviside che assume valore zero se $y_{t-d} \leq r$ e valore uno nel caso opposto. In tal modo si hanno solo due regimi estremi e il processo può essere approssimato da un modello SETAR; quando, invece, il parametro γ tende a zero si ottiene il modello lineare AR(p).

Stima dei modelli SETAR

Quando i parametri strutturali r e d sono noti, un modello SETAR può essere stimato effettuando $r+1$ autoregressioni rispetto all'appropriato *subset* di osservazioni, determinate dalla relazione tra la variabile di soglia e il valore della soglia (*arranged autoregression*). Alternativamente, è possibile stimare una sola regressione includendo le opportune *indicator functions*⁵; in questo caso si ipotizza che la varianza degli errori stimati sia costante nei diversi regimi.

Nel caso generale, in cui è il parametro di ritardo (d) e la soglia (r) non sono noti, il modello SETAR viene stimato, dopo aver selezionato il massimo ordine dei ritardi, per diversi valori di d e r , il modello migliore è quello che minimizza un criterio di informazione prescelto.

Per il caso del modello SETAR ($p_1, p_2; d$), Tong (1983) suggerisce di seguire una procedura di stima a tre stadi. Nel primo, per dati valori di d e r , diversi modelli AR vengono stimati sugli appropriati *subset* di dati e l'ordine dei ritardi è scelto in base al criterio di Akaike (AIC). Nel secondo stadio, il parametro d viene mantenuto fisso, mentre r può variare entro un intervallo di valori plausibili, la stima dei diversi modelli autoregressivi permette di determinare il parametro r come quello relativo al modello a cui è associato il valore minimo dell'AIC. Nella terza fase infine, anche d può variare e, ancora una volta, il suo valore viene scelto in base al modello che fornisce il più basso AIC.

⁵ $I_1(y_{t-d})=1$ se $y_{t-d}>r_1$ e zero altrimenti.

3.1.2 Modelli GARCH

Un processo ARCH può essere definito nei termini della distribuzione degli errori di un modello in cui la variabile y_t è generata da

$$y_t = x_t \mathbf{b} + \mathbf{e}_t \quad t=1, \dots, T \quad (2)$$

dove x_t è un vettore $k \times 1$ di variabili esogene, che possono includere anche valori ritardati di y_t , e \mathbf{b} è il vettore $k \times 1$ dei coefficienti di regressione. Il modello ARCH, proposto da Engle (1982), specifica la distribuzione di \mathbf{e}_t condizionata al set informativo \mathbf{Y}_{t-1} che include i valori realizzati delle variabili $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots$. In particolare, il modello assume:

$$\mathbf{e}_t | \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$\text{dove } h_t = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 \mathbf{e}_{t-1}^2 + \dots + \mathbf{a}_q \mathbf{e}_{t-q}^2 \quad (3)$$

e $\mathbf{a}_0 > 0$ e $\mathbf{a}_i \geq 0$, $i=1, \dots, q$, per assicurare che la varianza condizionale sia positiva. La varianza degli errori dunque varia nel tempo e dipende dalla grandezza degli errori passati.

Bollerslev (1986) ha proposto una generalizzazione del modello ARCH, che consiste nella seguente specificazione per la varianza condizionale:

$$h_t = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 \mathbf{e}_{t-1}^2 + \dots + \mathbf{a}_q \mathbf{e}_{t-q}^2 + \mathbf{b}_1 h_{t-1} + \dots + \mathbf{b}_p h_{t-p} \quad (4)$$

Questo processo è noto come GARCH(p, q) (Generalised Auto-Regressive Conditional Heteroscedastic process). Per assicurare valori positivi della varianza condizionale vengono imposte le seguenti restrizioni: $\mathbf{a}_0 > 0$, $\mathbf{a}_i \geq 0$ per $i=1, \dots, q$, e $\mathbf{b}_i \geq 0$ per $i=1, \dots, p$. In pratica, il valore q nel GARCH è molto più piccolo del valore p nella rappresentazione ARCH. Di solito, il semplice GARCH(1,1)

offre una adeguata descrizione di molte serie storiche economiche e finanziarie.

GARCH in Media

Engle, Lilien e Robins (ELR, 1987) hanno esteso il modello ARCH introducendo la varianza condizionale come regressore nell'equazione della media della variabile:

$$y_t = x_t' \mathbf{b} + d h_t + e_t \quad t=1, \dots, T \quad (5)$$

dove $e_t | \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$ e h_t è un processo (G)ARCH.

Nei modelli (G)ARCH-M la varianza condizionale viene inserita nell'equazione della media in varie forme: $\log(h_t)$, $\sqrt{h_t}$ e h_t .

GARCH Asimmetrici

Una estensione importante dei GARCH è rappresentata dalla classe dei modelli asimmetrici. Questi modelli permettono di catturare eventuali asimmetrie di impatto sulla varianza condizionale, determinate dai segni (oltre che dalla grandezza) degli *shocks* subiti dalla serie nei periodi precedenti.

Il modello ARCH a soglia (*Threshold heteroscedastic model*, TARARCH) - (Glosten, Jagannathan e Runkle, 1993, e Zakoian, 1994), nel caso di un semplice GARCH(1,1), è dato dall'espressione

$$h_t = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 e_{t-1}^2 + \mathbf{g} e_{t-1}^2 d_{t-1} + \mathbf{b} h_{t-1} \quad (6)$$

dove d_t è una variabile binaria uguale a 1 se $e_t < 0$, uguale a 0 altrimenti. Dunque, *shocks* negativi e positivi hanno un impatto diverso su h : errori positivi hanno un effetto uguale a \mathbf{a}_1 , mentre errori negativi hanno un effetto uguale a $\mathbf{a}_1 + \mathbf{g}$. Se \mathbf{g} (coefficiente di asimmetria) è significativamente positivo, si conclude che esistono

effetti asimmetrici. Nel caso generale di un TARCH(p,q) il modello diventa:

$$h_t = \mathbf{a}_0 + \sum_{i=1}^q \mathbf{a}_i \mathbf{e}_{t-i}^2 + \mathbf{g} \mathbf{e}_{t-1}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^p \mathbf{b}_j h_{t-j} \quad (7)$$

Effetti asimmetrici sono descritti anche dai modelli GARCH Esponenziali (EGARCH) (Nelson, 1991):

$$\log(h_t) = \mathbf{a}_0 + \mathbf{b} \log(h_{t-1}) + \mathbf{a} \left(\frac{\mathbf{e}_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} - \sqrt{2/p} \right) + \mathbf{g} \left(\frac{\mathbf{e}_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right) \quad (8)$$

dove la trasformazione logaritmica assicura che la varianza condizionale sia positiva. L'effetto asimmetrico rappresentato da è esponenziale e non quadratico come nel TARCH. La significatività di effetti asimmetrici, con impatto superiore in corrispondenza di errori negativi, in questo modello può essere sottoposta a test mediante l'ipotesi che γ sia significativamente negativo (segno di γ opposto a quello nel modello TARCH).

3.2 Test di linearità

La presenza di nonlinearità nelle serie relative alle differenze logaritmiche dei tassi di cambio tedesco, francese e giapponese viene analizzata applicando quattro diversi test di linearità: il test RESET, il test di Tsay (1986), il test S_2 , proposto da Luukkonen-Saikkonen e Teräsvirta (1988) e il test di McLeod e Li (1983).

3.2.1 Il test RESET

Il primo test viene condotto sia nella forma tradizionale sia nella versione modificata suggerita da Thursby e Schmidt (1977). Nel primo caso, come è noto, è necessario stimare una regressione autoregressiva di ordine p ed una regressione ausiliaria nella quale vengono inclusi i regressori iniziali e i termini che rappresentano i

valori predetti (*fitted values*) elevati a potenza, ottenuti dalla prima regressione.

Il test RESET nella versione proposta da Thursby e Schmidt (1977), richiede, invece, che nella regressione ausiliaria vengano inclusi i regressori iniziali sia linearmente che elevati sino a una data potenza, h . Gli stessi autori suggeriscono di imporre $h=4$.

3.2.2 Il test di Tsay

La misspecificazione della forma funzionale di un modello lineare può essere individuata ricorrendo al “duale” dell’espansione di Volterra (Priestley, 1980) della funzione nonlineare. Dopo aver stimato un modello lineare $AR(p)$, la regressione ausiliaria, viene formulata in termini generali come segue:

$$\hat{e}_t = \mathbf{b}' w_t + \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^m \mathbf{j}_{ij} \tilde{w}_{it} \tilde{w}_{jt} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=j}^m \mathbf{j}_{ijk} \tilde{w}_{it} \tilde{w}_{jt} \tilde{w}_{kt} + \dots + \mathbf{u}_t$$

dove w_t è costituito dai valori ritardati di y_t , \hat{e}_t è la serie dei residui stimati ottenuti dal modello lineare.

Il test di Tsay (1986) appartiene alla classe dei test basati sull’espansione di Volterra. Il test, che rappresenta una generalizzazione del test di Keenan (1985), include i prodotti incrociati dei ritardi della serie y_t sottoposta ad analisi di nonlinearietà. Tsay dimostra che il test gode di un potere più elevato rispetto al test di Keenan. La procedura da adottare per condurre il test consta di quattro stadi e può essere delineata come segue:

(1) stimare una regressione OLS di y_t sui primi p ritardi e calcolare i residui stimati, \hat{e}_t ;

(2) costruire il vettore $Z_t' = vech(Y_t' Y_t)$

dove l’operatore *vech* indica che vengono considerati una sola volta i prodotti di tutte le possibili combinazioni dei termini ritardati sino all’ordine massimo p . Il vettore Z_t contiene, pertanto, $1/2p(p+1)$ termini;

(3) regredire Z_t su una costante e p ritardi di y_t e calcolare i residui stimati \hat{v}_t ;

quest'operazione può essere considerata come la stima di un sistema formato da $1/2p(p+1)$ regressioni, pertanto, $1/2p(p+1)$ è anche la dimensione di \hat{v}_t ;

(4) regredire \hat{e}_t su \hat{v}_t e calcolare i residui stimati, \hat{e}_t

Il test di Tsay ha la seguente espressione:

$$F = \frac{(\sum \hat{v}_t' \hat{e}_t) (\sum \hat{v}_t' \hat{v}_t)^{-1} (\sum \hat{v}_t' \hat{e}_t) / (1/2p(p+1))}{\sum \hat{e}_t^2 / (T - p - 1/2p(p+1) - 1)}$$

sotto l'ipotesi nulla esso segue una distribuzione F con $1/2p(p+1)$ e $(T-p-1/2p(p+1)-1)$ gradi di libertà.

3.2.3 Il test S_2 di Luukkonen, Saikkonen e Teräsvirta

Mentre il test RESET e il test di Tsay vengono condotti sotto l'ipotesi di misspecificazione generica del modello, il test S_2 proposto da Luukkonen, Saikkonen e Teräsvirta è costruito assumendo un'ipotesi alternativa specifica, ovvero che la nonlinearietà sia dovuta al fatto che è stato stimato un modello lineare piuttosto che un modello STAR. Nonostante il test sia stato inizialmente adottato per la classe dei modelli STAR, gli stessi autori, hanno dimostrato che esso gode di buone proprietà, in termini di potere, anche nel caso dei modelli SETAR.

Il test S_2 viene ottenuto sostituendo la funzione $F(y_{t-d})$ nella (1) con la linearizzazione data dall'espansione in serie di Taylor di terzo ordine⁶; questa, grazie anche all'applicazione del principio del moltiplicatore di Lagrange permette di formulare la seguente

⁶Luukkonen, Saikkonen e Teräsvirta (1988) hanno proposto anche altri due test: il test S_1 , basato sulla espansione in serie di Taylor del prim'ordine, e il test S_3 che si ottiene includendo nella regressione ausiliaria del test S_1 i termini $y_{t-i}y_{t-j}^3$.

regressione ausiliaria, i cui coefficienti sono funzione dei parametri della (1):

$$y_t + \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}' w_t + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \mathbf{x}_{ij} y_{t-i} y_{t-j} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \mathbf{y}_{ij} y_{t-i} y_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \mathbf{k}_{ij} y_{t-i} y_{t-j}^3 = \mathbf{e}_t \quad (9)$$

il vettore w_t è costituito dai valori ritardati di y_t .

L'ipotesi nulla è: $H_0 = \mathbf{z}_{ij} = \mathbf{y}_{ij} = \mathbf{k}_{ij} = 0$, per $i, j = 1 \dots p$, il test è calcolato come $S_2 = T(\text{SSE}_0 - \text{SSE}_1) / \text{SSE}_0$, dove SSE_0 è la somma dei residui al quadrato ottenuta dalla autoregressione lineare di ordine p per y_t , mentre SSE_1 è la somma dei residui al quadrato relativa alla (9). Il test S_2 si distribuisce come un χ^2 con $1/2p(p+1)2p^2$ gradi di libertà.

In generale, l'ordine massimo dei ritardi p non è noto e, pertanto, deve essere selezionato in base ai dati analizzati secondo un criterio di informazione (ad esempio, l'AIC). Se il vero modello è nonlineare è possibile che sia necessario inserire più ritardi nel modello lineare $\text{AR}(p)$ nel tentativo di minimizzare la somma degli errori al quadrato: ciò comporta una riduzione del potere del test rispetto al caso in cui si conosca il vero valore di p . Dall'altra parte, se il valore di p è tanto basso da far sì che i residui del modello lineare siano autocorrelati, il test è distorto nel senso che l'ipotesi nulla viene rifiutata troppo spesso. Questo avviene perché il test, come dimostra Teräsvirta (1990) ha potere anche rispetto all'ipotesi di errori autocorrelati.

Se il parametro di ritardo (d) è noto, y_{t-d} può essere sostituito al posto di y_{t-j} nella (9) e, in tal caso, il test ha una distribuzione χ^2 con $3p$ gradi di libertà. Si noti che, anche nel caso in cui d sia conosciuto, il test necessita di un numero elevato di gradi di libertà se il valore di p è alto. Seguendo il suggerimento di Teräsvirta (1990) e Granger-Teräsvirta (1993), in questo lavoro si assume che il valore di d sia noto e che sia compreso nell'intervallo $[1,6]$. Nel caso di rifiuto dell'ipotesi nulla di linearità il parametro d viene scelto in base al test che mostra il più basso *probability value*.

3.2.4 Il test di McLeod e Li per la nonlinearity in varianza

Per sottoporre a test l'ipotesi di nonlinearity in varianza è stato condotto il test di McLeod e Li (1983). Il test è simile al test proposto da Ljung-Box (1978), entrambi, infatti si basano sulla stima della funzione di autocorrelazione dei residui al quadrato ottenuti da un modello autoregressivo lineare. Granger e Anderson (1978) sostengono che i residui stimati di modelli di serie storiche del tipo Box-Jenkins (1976) possono apparire non correlati anche se i quadrati degli stessi residui lo sono. Secondo Granger e Anderson (1978), pertanto, la funzione di autocorrelazione dei residui al quadrato deve essere considerata un utile strumento nel tentativo di identificare correttamente i modelli nonlineari.

Il test di McLeod e Li viene calcolato come segue. Dal *miglior* modello AR(p) o ARMA(p,q) si ottengono i residui stimati u_t e si calcola la funzione di autocorrelazione secondo l'espressione:

$$\hat{r}_u^2(p) = \frac{\sum_{t=k+1}^T (\hat{u}_t^2 - \hat{s}^2)(\hat{u}_{t-k}^2 - \hat{s}^2)}{\sum_{t=1}^T (\hat{u}_t^2 - \hat{s}^2)^2} \quad \text{dove } \hat{s}^2 = \frac{1}{T} \sum u_t^2$$

McLeod e Li dimostrano che, fissato p , $\sqrt{T} \hat{r}_u = [\hat{r}_u(1), \dots, \hat{r}_u(m)]$ si distribuisce asintoticamente come una normale per $T \rightarrow \infty$. È possibile, quindi, costruire la statistica *portmanteau* $Q^*(m)$,

$$Q^*(m) = T(T+2) \sum_{i=1}^m \frac{\hat{r}_u^2(i)}{(T-i)}$$

che si distribuisce asintoticamente come un χ^2 con m gradi di libertà sotto l'ipotesi che i residui stimati u_t siano indipendenti. Il test è pertanto potente nel discriminare le nonlinearity dovute alla presenza di effetti ARCH, ma non rispetto a nonlinearity di diverso tipo.

4. Analisi preliminare nei dati

Le serie mensili dei tre tassi di cambio e le loro variazioni (logaritmiche) sono illustrate nella Figura 1. Le serie dei rendimenti sono tutte stazionarie in media, mentre per quanto riguarda la varianza, sembra evidente, soprattutto per lo yen, il fenomeno cosiddetto di *volatility clustering*, con periodi di alta volatilità seguiti da periodi di maggior tranquillità. Queste proprietà, se rilevanti, dovrebbero essere catturate in modo adeguato dai modelli del tipo GARCH.

Nella tabella 1 riportiamo misure descrittive delle proprietà statistiche dei rendimenti dei tassi di cambio. Tutte le serie sono caratterizzate da eccesso di curtosi, inoltre per il franco francese e per lo yen è evidente anche un certo grado di asimmetria, positiva per il franco, e negativa per lo yen. Il test di Jarque-Bera rifiuta decisamente l'ipotesi di normalità delle serie.

La tabella 2 riporta i risultati, in forma di valori di probabilità (*p-values*), dei diversi test di nonlinearietà condotti sulle differenze logaritmiche dei tassi di cambio delle tre valute esaminate in questo lavoro.

Per tutti i test il modello lineare sotto l'ipotesi nulla è stato stimato ipotizzando tre diverse strutture autoregressive, includendo 4, 5 e 6 ritardi. Nonostante il criterio di informazione prescelto, AIC, portasse a preferire il modello AR(6), sono stati stimati anche i modelli AR(4) e AR(5) per verificare che il risultato del test non fosse influenzato dall'inclusione di troppi parametri. Come posto in evidenza da Teräsvirta (1994), infatti, se il vero modello è nonlineare la stima di un modello lineare comporta, in generale, una più ricca struttura autoregressiva; da ciò consegue una perdita di potere per tutti i test di nonlinearietà.

Il test RESET, sia nella sua versione classica che in quella modificata, è stato condotto secondo tre diverse specificazioni, nella prima regressione ausiliaria sono stati inclusi solo i termini al quadrato, nella seconda anche quelli cubici e, nella terza anche i termini elevati alla quarta potenza. I risultati del test RESET e del test di Tsay, che ricordiamo dovrebbero discriminare rispetto ad

un'ipotesi alternativa di non linearità *generica*, non permettono di rifiutare l'ipotesi di linearità nella maggior parte dei casi. Le uniche eccezioni sono rappresentate dal test RESET-3 e RESET-4, nel caso del Marco tedesco con $p=4$; dal test Mod.RESET-4 nel caso del franco francese ($p=4$) e del marco tedesco ($p=6$); il test di Tsay indica, ad un livello di significatività del 10%, la presenza di nonlinearietà per lo yen giapponese ($p=6$). Il test S_2 , invece, ipotizzando un'ipotesi alternativa specifica, ovvero nonlinearietà di tipo STAR, consente di rifiutare l'ipotesi che le serie siano lineari; in questo caso il test è robusto rispetto alla struttura autoregressiva e nella maggior parte dei casi i p -value più bassi si ottengono in corrispondenza di $d=1$. Il test di McLeod e Li (1983) è stato condotto per $m=1, 2, \dots, 12$; la tabella 1 riporta, però, solo i risultati per $m=12$, in quanto i risultati non apparivano significativamente diversi per gli altri valori di m ; il test evidenzia la presenza di nonlinearietà in varianza solo per lo yen giapponese e per il marco tedesco.

5. Risultati empirici

5.1 Stima dei modelli

Modelli lineari

Per il franco francese è stato identificato un AR(4), per il marco tedesco un AR(2), e per lo yen un AR(3). In tutti i casi i modelli sono ristretti, cioè i coefficienti dei termini autoregressivi intermedi sono uguali a zero.

Modelli SETAR

Per il franco francese e il marco tedesco abbiamo stimato sia modelli a una soglia (2 regimi) che modelli con 2 soglie (3 regimi); per lo yen giapponese è stato possibile, invece, identificare soltanto un modello con due regimi; la procedura di stima adottata è stata

quella suggerita da Tong (1983)⁷. Tutti i modelli sono riportati nella tabella 3. Per quanto riguarda il franco francese i modelli stimati sono caratterizzati in considerevole misura da nonlinearità; i regimi, infatti, presentano delle strutture autoregressive e dei coefficienti stimati molto diversi. Secondo il modello a due regimi, la serie seguirebbe un processo AR(2) nel primo regime, mentre sarebbe costante nel secondo. Nel caso del modello a tre regimi, il tasso di rendimento del franco viene descritto da un processo AR(1) se vi sono forti apprezzamenti, da una costante per forti deprezzamenti e da un processo AR(5) nel caso intermedio. Si noti, inoltre che la varianza stimata è molto diversa da un regime all'altro, essa è uguale a 0.0006 nel primo regime, a 0.0013 nel secondo e a 0.0010 nel terzo.

Le variazioni del marco tedesco seguono un processo AR(1) nel primo regime e AR(6) nel secondo, quando si ipotizza che esista una sola soglia; mentre, nel caso di due soglie, la serie segue un processo AR(3) nel primo regime, un AR(1) nel secondo e un AR(6) nel terzo. Anche per questa valuta è interessante sottolineare che la varianza stimata varia molto da un regime all'altro; essa è molto bassa nel regime di forte deprezzamento.

Il tasso di rendimento dello yen giapponese è rappresentato da un modello SETAR con una costante soltanto in entrambi i regimi, inoltre la varianza stimata non differisce sostanzialmente tra essi. È ragionevole ipotizzare per lo yen modelli nonlineari in media non siano adeguati a descriverne l'andamento. Il fatto che la nonlinearità in media sia, invece, rilevante nel caso delle due valute europee può dipendere dall'esistenza di un regime di cambi flessibili manovrato, che prevedeva l'esistenza di bande di oscillazione e interventi da parte delle banche centrali all'approssimarsi del tasso di cambio agli estremi di queste.

⁷Tutti i modelli sono stati stimati utilizzando il programma STAR3 (Tong, 1990).

Modelli GARCH

Componenti GARCH sono risultate significative solo nella serie dei rendimenti dello yen. Per poter cogliere la presenza di queste componenti abbiamo identificato alcuni modelli alternativi, fra cui un semplice GARCH(1,1), un EGARCH(1,1) e un TAR(1,1) per tener conto di possibili effetti asimmetrici sulla varianza condizionale, e un GARCH in media (GARCH-M(1,1))⁸. In tutti i casi la media della serie è stata modellata con un semplice processo AR(1). La scelta finale del GARCH-M, i cui risultati previsivi sono riportati nelle tabelle che seguono, è stata condotta sulla base dei criteri informativi di Akaike (AIC) e di Schwarz (SIC).

5.1 Le previsioni

Le previsioni sono state calcolate per 1, 3, 6, 9, 12 e 24 passi avanti ricorsivamente; ciascun modello è stato identificato e specificato una sola volta, ovvero per il primo periodo di stima, 1973.2-1991.6; quest'ultimo viene di volta in volta aggiornato di un'osservazione sino al 1995.7, il modello è pertanto ristimato (ma non rpecificato) e le previsioni per 1, ..., 24 passi avanti calcolate. In totale per ciascun orizzonte temporale considerato si ottengono 50 previsioni puntuali. I RMSE e le percentuali di segni correttamente previsti sono riportati nella tabella 4, mentre i grafici nella figura 2 permettono un immediato e chiaro confronto della *performance* previsiva dei diversi modelli a seconda dell'orizzonte esaminato. La tabella 5 presenta, invece, i RMSE normalizzati rispetto al modello lineare, che rappresenta il nostro *benchmark*; ciascuno di essi è ottenuto dal rapporto $RMSE_{NL}/RMSE_L$; pertanto, un valore inferiore all'unità significa che il modello nonlineare fornisce previsioni più accurate del semplice modello nonlineare.

La tabella 4 riporta, inoltre, il RMSE per il modello *random walk* nei livelli; è opportuno evidenziare che solo il valore relativo a un passo avanti può essere confrontato con quelli ottenuti dagli altri

⁸ I modelli GARCH sono stati stimati col programma EViews.

modelli. Come accennato nell'introduzione, il RMSE non è direttamente confrontabile per modelli riguardanti diverse trasformazioni della variabile dipendente (Clements e Hendry, 1993, 1995). Limitatamente ad un passo avanti, il modello *random walk* presenta un RMSE più basso sia del modello lineare che di quello nonlineare per il franco francese e il marco tedesco; nel caso dello yen giapponese la sua predominanza viene posta in discussione dal risultato relativo sia al modello AR che a quello GARCH-M.

Per quanto riguarda il tasso di cambio tedesco, entrambe le specificazioni adottate per i modelli SETAR permettono di ottenere previsioni migliori rispetto a quelle del modello autoregressivo. Tra le due specificazioni nonlineari quella ad una soglia, per previsioni superiori ad un passo avanti, è superiore a quella a due soglie. Risultati molto simili si ottengono anche dai modelli SETAR per i rendimenti del tasso di cambio francese. Il fatto che il modello a due soglie produca delle previsioni meno accurate di quello ad una sola soglia potrebbe essere dovuto ad un problema di *overfitting*, problema particolarmente ricorrente nel contesto della stima dei modelli nonlineari: specificazioni altamente parametrizzate sono preferite secondo i criteri di informazione per il periodo di stima, ma finiscono spesso per fornire previsioni meno accurate di un più semplice modello lineare. Con riferimento al modello SETAR a una soglia, come indicato nella tabella 5, i guadagni ottenuti sono di considerevole entità, persino del 17% nel caso di 9 passi avanti, sia per il marco che per il franco. Questo risultato acquista ancor più rilevanza se si tiene conto del fatto che le serie esaminate in questo lavoro hanno frequenza mensile; tale frequenza, nel caso di serie finanziarie, vista la disponibilità di dati in tempo reale, può essere considerata una frequenza piuttosto bassa. Granger (1993) e Weiss (1984) dimostrano che la nonlinearietà presente in una serie ad alta frequenza diminuisce notevolmente per effetto dell'aggregazione temporale e del campionamento sistematico. I risultati ottenuti in questo lavoro sono quindi particolarmente incoraggianti, in quanto dimostrano che alcuni modelli nonlineari permettono di sfruttare

favorevolmente le caratteristiche delle serie a fini previsivi anche quando queste vengono considerate a basse frequenze.

Per lo yen giapponese, il modello GARCH-M fornisce previsioni superiori sia rispetto al SETAR che al modello lineare, per qualsiasi orizzonte previsivo. Inoltre, nel confronto diretto tra SETAR e modello lineare, il primo risulta inferiore. Per questa serie, dunque, viene confermato che sono le nonlinearità in varianza quelle più rilevanti, come indicato anche dal test di McLeod e Li.

Per quanto riguarda il confronto in base alla percentuale dei segni dei rendimenti correttamente previsti, il quadro che emerge per il franco francese è coerente coi risultati già ottenuti utilizzando il RMSE. Infatti, se si considera la capacità dei modelli SETAR a una soglia di prevedere correttamente il segno delle variazioni future del tasso di cambio, nel caso del franco francese i risultati riportati nella tabella 4 pongono in evidenza la superiorità di tale modello rispetto a quello lineare anche per quanto riguarda questo aspetto: il semplice modello autoregressivo è in grado di prevedere il segno corretto solo nel 36% in media dei casi, contro la media del 54% per i modelli SETAR.

Nel caso del marco tedesco, invece, la migliore *performance* previsiva del modello SETAR a una soglia, misurata in termini di RMSE, non è accompagnata da un'altrettanta buona capacità di prevedere correttamente il segno delle variazioni future; il modello lineare prevede il segno giusto nel 58% dei casi, mentre il modello nonlineare solo nel 44% in media.

Infine, per lo yen giapponese, la performance dei tre modelli in termini di percentuale di segni correttamente previsti sembra marginalmente molto simile; tutte le specificazioni adottate consentono, infatti, di prevedere se si avrà una variazione positiva o negativa nel 60% circa dei casi, al di sopra della percentuale *ex-ante* del 50%.

Ancora una volta, questo risultato si discosta dalle indicazioni emerse nel confronto basato sul RMSE, che favorivano il modello GARCH-M in assoluto, e il modello AR su quello SETAR.

I risultati di questo lavoro pongono dunque in evidenza che la tradizionale metrica del RMSE non sempre è adeguata per valutare la bontà di modelli alternativi a fini previsivi e sottolineano l'esigenza di proporre e adottare metodi di valutazione appropriati al problema economico in esame (Dacco e Satchell, 1999). Nel caso di serie finanziarie, infatti, può essere più rilevante, allo scopo di limitare le perdite, prevedere correttamente la direzione del cambiamento, piuttosto che commettere un errore di piccola entità ma di segno sbagliato. Funzioni quadratiche di perdita, quali quella su cui si basa il RMSE, finiscono, quindi, per rivelarsi inadeguate. Infine, è opportuno sottolineare che è necessario (in futuro) verificare rigorosamente che le differenze nella *performance* previsiva dei diversi modelli adottati siano significativamente diverse da zero. A tal fine si potrebbe far ricorso all'applicazione di test specifici, quali quello suggerito da Pesaran e Timmermann (1992) per la percentuale di segni correttamente previsti. Questo test, tuttavia, presenta un notevole limite rappresentato dal fatto che esso può essere calcolato solo quando la serie delle previsioni presenta un'alternanza di segni. Per previsioni oltre un passo avanti basate su modelli autoregressivi (lineari e nonlineari), può accadere che, se il coefficiente autoregressivo tende a zero, questa condizione non venga rispettata in quanto il valore previsto assumerà lo stesso segno della costante stimata al crescere dell'orizzonte temporale.

5. Conclusioni

In questo lavoro abbiamo messo a confronto la *performance* previsiva di modelli alternativi per i rendimenti dei tassi di cambio di tre valute: il franco francese (FF/\$), il marco tedesco (DM/\$) e lo yen giapponese (Y/\$). L'applicazione di diversi test per la linearità ha evidenziato la presenza di componenti nonlineari rilevanti nelle serie mensili da noi considerate. Tre modelli nonlineari, un SETAR a un regime, un SETAR a due regimi, e un GARCH-M, sono stati confrontati sia tra di loro che direttamente con più semplici modelli lineari (AR e random walk). Seppure

dall'analisi sia emerso qualche guadagno in termini previsivi a favore dei modelli nonlineari, a tali risultati non è stato possibile attribuire un valore generale, poiché in alcuni casi misure di capacità previsiva diverse hanno dato indicazioni contraddittorie. Il confronto è stato condotto sia in termini di RMSE che della percentuale di segni correttamente previsti. In genere, i risultati di questo lavoro indicano che la tradizionale metrica del RMSE non sempre è adeguata per valutare la bontà di modelli alternativi a fini previsivi. Nel caso di serie finanziarie, per esempio, allo scopo di ridurre le perdite, può essere più importante prevedere correttamente la direzione del rendimento, piuttosto che commettere un errore di piccola entità ma di segno sbagliato. Funzioni quadratiche di perdita, quali quella su cui si basa il RMSE, finiscono, quindi, per rivelarsi inadeguate.

Bibliografia

- Bollerslev, T. (1986), Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Brooks, C. (1996), Testing for non-linearity in daily sterling exchange rates, *Applied Financial Economics*, 6, 307-311.
- Brooks, C. (1997) Linear and non-linear (non-) forecastability of high-frequency exchange rates, *Journal of forecasting*, 16, 125-145.
- Chappel, D., Padmore, J., Mistry, P. e Ellis, C. (1996), A threshold model for the French franc/Deutschemark exchange rate, *Journal of Forecasting*
- Clements, M.P. e Hendry, D.F. (1993), On limitations of comparing mean squared forecast errors, *Journal of Forecasting*, 12, 617-637.
- Clements, M.P. e Hendry, D.F. (1995), Forecasting in cointegrated systems, *Journal of Applied Econometrics*, 10, 127-146.
- Clements, M.P. e Smith, J.P. (1998), Non-linearities in exchange rates, Warwick Economics Research Papers, n. 504.
- Dacco, R. e Satchell, S. (1999), Why do regime-switching models forecast so badly? *Journal of Forecasting*, 18, 1-16.
- Diebold, F.X. e Nason, J.A. (1990), Nonparametric exchange rate prediction? *Journal of International Economics*, 28, 315-332.
- Engle, R. F. (1982), Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of the United Kingdom inflation, *Econometrica*, 50, 987-1008.
- Engle, Lilien e Robins (ELR), 1987, Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: the ARCH-M model, *Econometrica*, 55, 391-407
- Glosten, L.R., R. Jagannathan and D. Runkle (1993), On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks, *Journal of Finance*, 48, 1779-1802.
- Granger, C.W.J. e Anderson, A.P. (1978), *An introduction to bilinear time series models*, Vandenhoeck & Ruprecht in Gottingen.
- Granger, C.W.J. e Teräsvirta, T. (1993), *Modelling non-linear economic relationships*, Advanced Texts in Econometrics, Oxford University Press.
- Hsieh, D.A. (1989), A non-linear stochastic rational expectations model of exchange rates. Unpublished manuscript, Fuqua School of Business, Duke University.

- Keenan, D.M. (1985), A Tukey nonadditivity-type test for time series nonlinearity, *Biometrika*, 72, 39-44.
- Kräger, H. e Kugler, P. (1993), Non-linearities in foreign exchange markets: a different perspective, *Journal of International Money and Finance*, 12, 195-208.
- Luukkonen, R., Saikkonen, P. e Teräsvirta, T. (1988), Testing linearity against smooth transition autoregressive models; *Biometrika*, 75, 3, 491-499.
- Luukkonen, R., Saikkonen, P. e Teräsvirta, T. (1988), Testing linearity in univariate time series models, *Scandinavian Journal of Statistics*, 15, 161-175.
- Luukkonen, R. e Saikkonen, P. (1988), Lagrange multiplier tests for testing non-linearities in time series models, *Scandinavian Journal of Statistics*, 15, 55-68.
- McLeod, A.I. e Li, W.K. (1983), Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations, *Journal of Time Series Analysis*, 4, 269-273.
- Meese, R. A. e Rose, A.K. (1991), An empirical assessment of nonlinearities in models of exchange rate determination, *Review of Economic Studies*, 58, 603-619.
- Nelson, D.B (1991), Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach, *Econometrica* 59, 347-370.
- Peel, D.A. e Spieght, A.E. (1994), Testing for non-linear dependence in inter-war exchange rates, *Weltwirtschaftliches Archiv*, 130, 391-417.
- Pesaran, M.H. e Timmerman, A. (1992), A simple nonparametric test of predictive performance, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 461-465.
- Priestley, M.B. (1980), State-dependent models: a general approach to non-linear time series analysis, *Journal of Time Series Analysis*, 1, 47-71.
- Thursby, J.G. e Schimdt, P. (1977), Some properties of tests for the specification error in a linear regression model, *Journal of the American Statistical Association*, 72, 635-41.
- Tong, H. and Lim, K.S. (1980), Thresholds autoregression, limit cycles and cyclical data; *Journal of the Royal Statistical Society B*, 42, 3, 245-292.
- Tong, H.e Moeanaddin, R. (1988), On multi-step nonlinear squares prediction, *The Statistician*, 37, 101-110.

- Tong, H. (1983), *Threshold models in nonlinear time series analysis*, New York, Springer-Verlag.
- Tong, H. (1990), *Nonlinear time Series, a dynamical system approach*, Oxford Statistical Science Series, 6, Clarendon Press Oxford.
- Tsay, R.S. (1986), Nonlinearity tests for time series, *Biometrika*, 73, 2, 461-466.
- Zakoian, J.M (1994), Threshold heteroskedastic models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, 931-955.

Tabella 1 Misure statistiche dei rendimenti dei tassi di cambio

	F/\$	DM/\$	Y/\$
Media	-9.41E-05	-0.002655	-0.003594
Mediana	-0.001133	-0.002449	0.000000
Massimo	0.116373	0.121743	0.115344
Minimo	-0.104154	-0.118541	-0.109147
Dev. Stand.	0.032903	0.034054	0.032589
Asimmetria	0.258531	0.044750	-0.194923
Curtosi	4.155371	4.273884	4.140649
Jarque-Bera	19.62737	19.97719	17.79998
Probabilità	0.000055	0.000046	0.000136
Osservazioni	294	294	294

Tabella 2 Test di nonlineartità - *p*-values

<i>p</i>	<i>Franco Francese</i>			<i>Marco Tedesco</i>			<i>Yen Giapponese</i>		
	4	5	6	4	5	6	4	5	6
RESET-2	0.404	0.899	0.271	0.236	0.267	0.660	0.383	0.429	0.217
RESET-3	0.673	0.570	0.095	0.032	0.228	0.895	0.311	0.395	0.374
RESET-4	0.687	0.685	0.182	0.075	0.372	0.962	0.420	0.520	0.448
Mod.RESET-2	0.764	0.982	0.930	0.718	0.894	0.893	0.645	0.120	0.132
Mod.RESET-3	0.336	0.563	0.465	0.156	0.492	0.152	0.852	0.432	0.485
Mod.RESET-4	0.085	0.208	0.228	0.194	0.574	0.060	0.796	0.460	0.602
Tsay	0.315	0.428	0.472	0.749	0.819	0.739	0.554	0.334	0.097
$S_2, d=1$	0.004	0.0098	0.026	0.000	0.000	0.001	0.046	0.054	0.121
$S_2, d=2$	0.508	0.505	0.516	0.517	0.311	0.059	0.243	0.299	0.257
$S_2, d=3$	0.877	0.921	0.837	0.980	0.970	0.9900	0.970	0.453	0.557
$S_2, d=4$	0.312	0.441	0.667	0.190	0.536	0.642	0.645	0.046	0.069
$S_2, d=5$	0.144	0.194	0.144	0.005	0.216	0.115	0.245	0.154	0.076
$S_2, d=6$	0.192	0.576	0.866	0.069	0.781	0.970	0.587	0.713	0.442
Q*(12)	0.883	0.991	0.998	0.007	0.186	0.045	0.000	0.000	0.000

Tabella 3 Modelli SETAR a una soglia per la differenza prima dei tassi di cambio

<i>Franco Francese</i>									
<i>SETAR</i> (p_1, p_2, d)	T	Costante	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(4)	AR(5)	AR(6)	varianza
Regime 1	119	-0.0038 (0.0030)	-0.1146 (0.0906)	0.2540 (0.0884)	--	--	--	--	0.0010
Regime 2	98	0.0078 (0.0033)	--	--	--	--	--	--	0.0011
d=4	Soglia=0.0031		Varianza=0.0010		AIC=-6.8138				
<i>SETAR</i> (p_1, p_2, p_3, d)	T	Costante	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(4)	AR(5)	AR(6)	varianza
Regime 1	39	-0.0055 (0.0039)	-0.3046 (0.1169)	--	--	--	--	--	0.0006
Regime 2	39	-0.0416	0.2252	-2.9261	0.3209	0.4610	--	--	0.0013

Cont...

		(0.0224)	(0.1954)	(1.3424)	(0.1994)	(0.1528)			
Regime 3	139	0.0032 (0.0027)	--	--	--	--	--	--	0.0010
d=2	Soglie=-0.0254; -0.0088		varianza=0.0010		AIC=-6.8520				
Marco Tedesco									
<i>SETAR</i> (p_1, p_2, d)	T	Costante	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(4)	AR(5)	AR(6)	varianza
Regime 1	178	0.0026 (0.0028)	0.1702 (0.0988)	--	--	--	--	--	0.0012
Regime 2	37	-0.0105 (0.0091)	-0.0170 (0.1682)	0.3044 (0.1061)	-0.1698 (0.0989)	0.1532 (0.1095)	0.5453 (0.1207)	-0.3549 (0.0981)	0.0005
d=1	soglia=0.0277		varianza=0.0010		AIC=-6.8254				
<i>SETAR</i> (p_1, p_2, p_3, d)	T	Costante	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(4)	AR(5)	AR(6)	varianza
Regime 1	45	-0.0496	-0.8352	-0.2514	-0.2331	--	--	--	0.0009

Cont...

		(0.0138)	(0.2607)	(0.1186)	(0.1287)				
Regime 2	133	0.0024 (0.0028)	0.6775 (0.1987)	--	--	--	--	--	0.0011
Regime 3	37	-0.0105 (0.0091)	-0.0170 (0.1682)	0.3044 (0.1061)	-0.1688 (0.0989)	0.1532 (0.1095)	0.5453 (0.1207)	-0.3549 (0.0981)	0.0005
d=1	soglie=-0.0265; 0.0277		varianza=0.0009		AIC=-6.8809				
Yen Giapponese									
<i>SETAR</i> (p_1, p_2, d)	T	Costante	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(4)	AR(5)	AR(6)	varianza
Regime 1	52	-0.0122 (0.0048)	--	--	--	--	--	--	0.0012
Regime 2	166	-0.0001 (0.0025)	--	--	--	--	--	--	0.0010
d=3	soglia=-0.0222		varianza=0.0011		AIC=-6.8030				
In parentesi sono riportati gli <i>standard error</i> dei coefficienti stimati									

Tabella 4 Performance previsiva dei modelli stimati per il Marco tedesco, il Franco francese e lo Yen giapponese

	Numero di passi avanti											
	1		3		6		9		12		24	
Franco Francese	RMSE	Segno	RMSE	Segno	RMSE	Segno	RMSE	Segno	RMSE	Segno	RMSE	Segno
R. W. (livelli)	0.0328	--	0.0327	--	0.0326	--	0.0299	--	0.0299	--	0.0269	--
Lineare	0.0353	0.32	0.0351	0.34	0.0357	0.38	0.0366	0.34	0.0328	0.38	0.0299	0.38
SETAR - 1 soglia	0.0351	0.46	0.0335	0.60	0.0335	0.48	0.0303	0.52	0.0300	0.60	0.0265	0.56
SETAR - 2 soglie	0.0363	0.18	0.0338	0.18	0.0325	0.18	0.0301	0.17	0.0301	0.17	0.0268	0.21
Marco Tedesco												
R. W. (livelli)	0.0328	--	0.0327	--	0.0324	--	0.0299	--	0.0300	--	0.0271	--
Lineare	0.0357	0.56	0.0354	0.56	0.0359	0.56	0.0367	0.58	0.0322	0.60	0.0299	0.60
SETAR - 1 soglia	0.0351	0.56	0.0329	0.42	0.0327	0.38	0.0304	0.42	0.0303	0.36	0.0268	0.52
SETAR - 2 soglie	0.0342	0.60	0.0338	0.46	0.0335	0.40	0.0310	0.42	0.0311	0.40	0.0270	0.48
Yen Giapponese												
R. W. (livelli)	0.0326	--	0.0329	--	0.033	--	0.0328	--	0.0324	--	0.0333	--
Lineare	0.0275	0.58	0.0271	0.58	0.0248	0.56	0.0282	0.60	0.0273	0.62	0.0324	0.56
SETAR - 1 soglia	0.0330	0.60	0.0333	0.58	0.0332	0.56	0.0327	0.56	0.0325	0.56	0.0334	0.48
GARCH-M	0.025	0.58	0.026	0.58	0.022	0.58	0.027	0.60	0.026	0.60	0.029	0.56

Tabella 5 RMSE normalizzati rispetto al modello lineare

	Numero di passi avanti					
	<i>1</i>	<i>3</i>	<i>6</i>	<i>9</i>	<i>12</i>	<i>24</i>
<i>Franco Francese</i>						
SETAR – 1 soglia	0.993	0.954	0.937	0.828	0.915	0.886
SETAR – 2 soglie	1.027	0.963	0.909	0.823	0.918	0.896
<i>Marco Tedesco</i>						
SETAR – 1 soglia	0.982	0.928	0.909	0.828	0.942	0.895
SETAR – 2 soglie	0.957	0.953	0.932	0.844	0.967	0.902
<i>Yen Giapponese</i>						
SETAR – 1 soglia	1.201	1.230	1.339	1.161	1.189	1.031
GARCH-M	0.910	0.961	0.887	0.958	0.951	0.895

Figura 1 Logaritmi dei tassi di cambio e loro variazioni

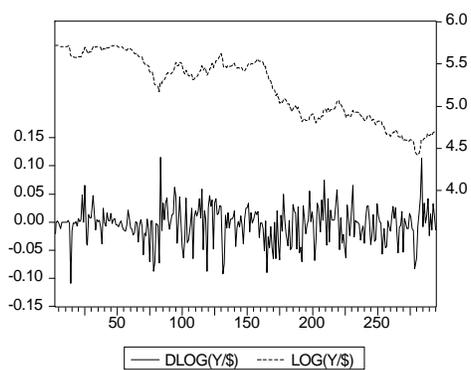
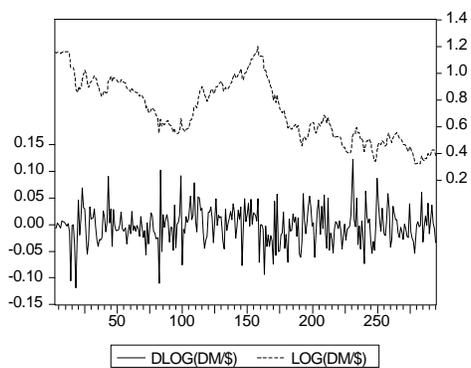
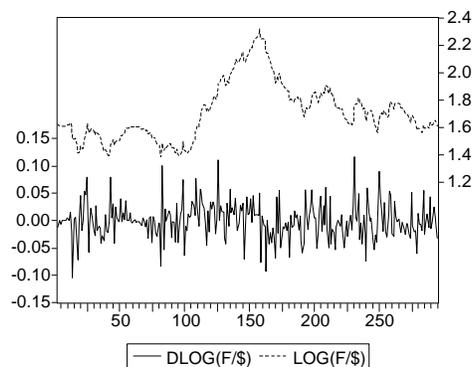


Figura 2 RMSE dei modelli stimati

